

Nutzentheorie und Präferenzen

„Hierdurch bekommen wir eine Aufstellung der Wünsche des Individuums . . . , und das genügt, um ökonomisches Gleichgewicht zu bestimmen. Das Individuum kann sich entfernen, es muss uns nur die Photographie seiner Wünsche hinterlassen.“

[Pareto 1971, Kap. III,§57]

Die Lernziele dieses Kapitels sind:

1. Die Entwicklung von der Nutzen- zur Präferenztheorie kennen lernen.
2. Die traditionelle Theorie der Präferenzen kennen lernen.
3. Die Anwendungsmöglichkeiten dieser Theorie erkennen.
4. Die gesellschaftliche Relevanz und die ideologischen Implikationen der Ansätze erkennen.

Vilfredo Pareto

1848-1923: Begründer der Präferenztheorie und Ökonometrie

Wichtige Werke:

Cours d'économie politique, 1896/1897

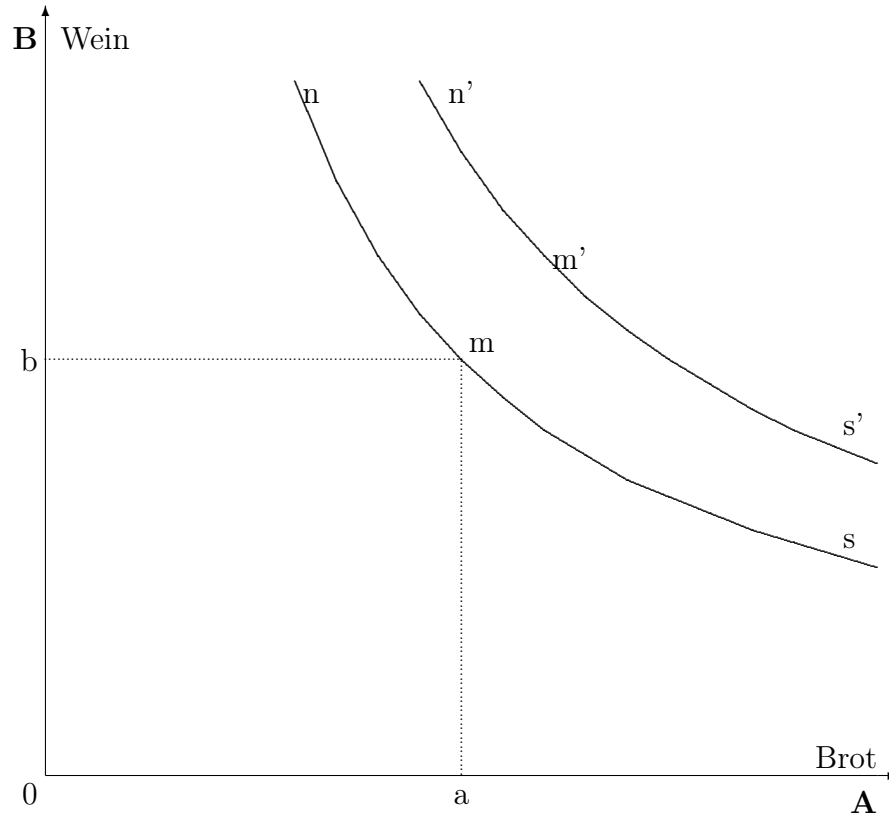
Les syst'emes socialistes, 1902/1903

Manuale di economia politica, 1906

Trattato di Sociologia generale, 1916/1923

Vilfredo Pareto war als ausgebildeter Ingenieur zunächst in der Schwerindustrie tätig. Politisch gehörte er zu den Liberalen. Das bedeutete für ihn, dass nur der Freihandel in einem Land Frieden und Wohlstand schaffen und erhalten kann. Sein Interesse für die mathematisch orientierte Wirtschaftswissenschaft wurde durch Werke von Maffeo Pantaleoni und Walras geweckt. Das Hauptziel seiner wissenschaftlichen Bemühungen war immer die Anwendung der experimentellen Methoden auf die Sozialwissenschaften - von den die Wirtschaftswissenschaften nur ein Teil sind. Paretos vielseitiges Lebenswerk reicht von der Gleichgewichtstheorie und der Ökonometrie bis zur Soziologie.

Die Indifferenzkurven der Wünsche, 1906



Quelle: [Pareto 1971, Kap. III, §§52-58 und 66-67], die Notation der Abbildung unwesentlich geändert.

Güterbündel und Vektoren, ein kurze Wiederholung

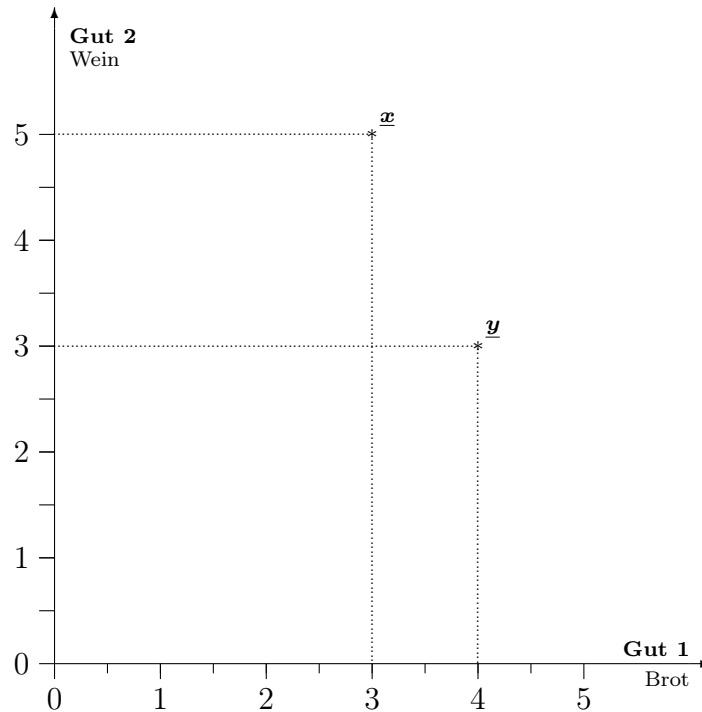


Abb. 5.1: Darstellung von Güterbündeln

Ein Güterbündel (und jeder Vektor) besteht aus zwei, drei oder auch mehr Komponenten. Die erste Komponente gibt an, wie viel vom ersten Gut im Güterbündel vorhanden ist usw. Güterbündel mit zwei Komponenten können als Punkte einer Ebene leicht veranschaulicht werden.

Vergleich von Güterbündeln durch Wertschätzung

Annahme 1: Existenz von Präferenzen

Jedes Individuum kann sich zwischen beliebigen Güterbündeln \underline{x} und \underline{y} entscheiden:

- α . es hält beide für gleich gut, wir sagen, es ist indifferent;
- β . es zieht das Bündel \underline{x} dem Güterbündel \underline{y} vor;
- γ . es zieht Bündel \underline{y} dem Bündel \underline{x} vor.

Wir schreiben:

$\underline{x} \sim \underline{y}$ wenn das Individuum indifferent zwischen \underline{x} und \underline{y} ist,

$\underline{x} \succ \underline{y}$ wenn \underline{x} dem \underline{y} vorgezogen wird, und

$\underline{x} \prec \underline{y}$ wenn \underline{y} dem \underline{x} vorgezogen wird.

Häufig ist es günstig, zwei Zeichen zusammen zuziehen. $\underline{x} \approx \underline{y}$ besagt, dass \underline{y} als mindestens so gut wie \underline{x} angesehen wird.

Bedürfnisse

Jeder Mensch hat eine Reihe von Bedürfnissen, einige davon müssen in bestimmtem Maß erfüllt werden, sonst kann der Mensch nicht überleben. Dazu gehören:

1. Nahrung mit einem bestimmten Nährwert und bestimmten Mindestanteilen von bestimmten Stoffen (Wasser, Eiweiß, Vitamine etc.),
2. Sicherstellung einer gewissen Körpertemperatur z. B. durch Kleidung und Wohnung,
3. Bestimmte Bewegungsphasen und bestimmte Ruhephasen.

Offensichtlich braucht der Mensch aber mehr zum Leben, zumindest sind fast alle Menschen überzeugt, mehr zu benötigen: Die Nahrung muss abwechslungsreich und schmackhaft sein, die Kleidung hübsch und modisch, die Wohnung geräumig etc. Die Menschen haben eine Mannigfaltigkeit von Wünschen, sie unterscheiden sich in ihren Wünschen und können sich in der Regel nicht einigen, was wünschenswert und was überflüssig ist, wo die Notwendigkeit endet und wo der Luxus beginnt.

Freie Konsumwahl

Wird den Individuen zugestanden, selbständig innerhalb ihrer Möglichkeiten zu entscheiden, welche Bedürfnisse erfüllt werden sollen und welche nicht, so spricht man von freier Konsumwahl. Bei freier Konsumwahl akzeptiert man also, dass jedes Individuum selbst am besten entscheiden kann, was gut und was schlecht für es ist.

Nichtsättigung

Annahme 2: Nichtsättigung

\underline{x} und \underline{y} seien zwei Güterbündel und \underline{y} enthalte von jedem Gut mehr als \underline{x} . Dann folgt $\underline{x} \prec \underline{y}$.

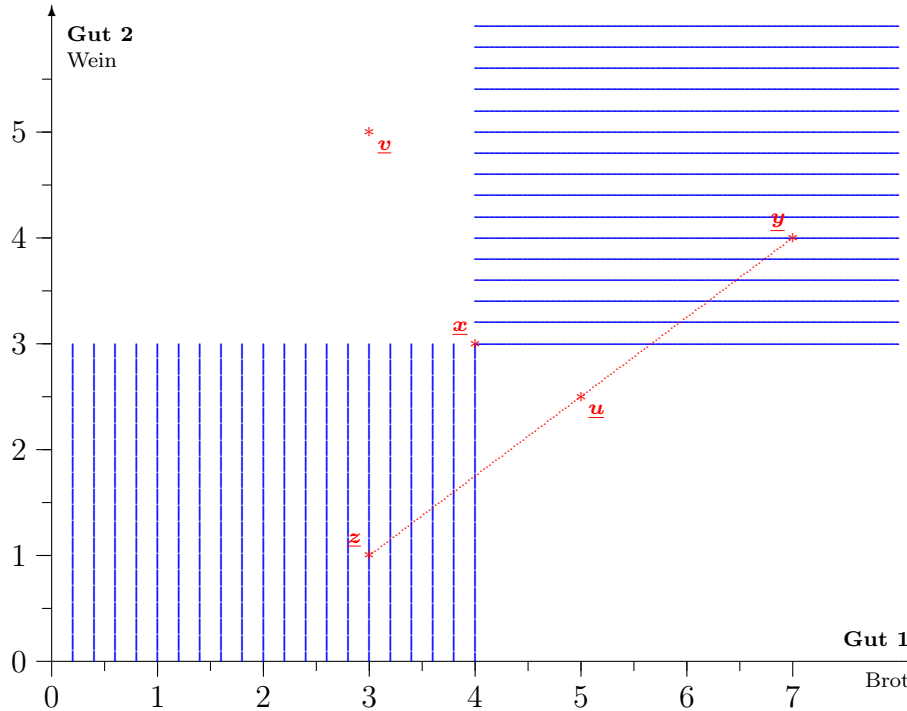


Abb. 5.2: Nichtsättigung

Bessermenge und Schlechtermenge

\underline{x} sei irgendein Güterbündel. Die Bessermenge $BM(\underline{x})$ (oder synonym: obere Niveaumenge) zu \underline{x} besteht aus allen Güterbündeln \underline{y} , die vom betrachteten Individuum als mindestens so gut eingeschätzt werden, wie \underline{x} .

$$BM(\underline{x}) = \{\underline{y} | \underline{x} \preceq \underline{y}\}$$

Entsprechend enthält die Schlechtermenge $SM(\underline{x})$ (oder synonym: untere Niveaumenge) zu \underline{x} alle Bündel \underline{y} , die schlechter oder genau so gut wie \underline{x} sind.

$$SM(\underline{x}) = \{\underline{y} | \underline{x} \succeq \underline{y}\}$$

Annahme 3: Stetigkeit (Tauschbereitschaft)

Zu jedem \underline{x} sind die Bessermenge zu \underline{x} und die Schlechtermenge zu \underline{x} abgeschlossen.

Somit ist zusammen mit der Annahme der Stetigkeit die Existenz von Indifferenzkurven gesichert.

Annahme 4: Konsistenz (Transitivität)

Aus $\underline{x} \succsim \underline{y}$ und $\underline{y} \succsim \underline{z}$ folgt $\underline{x} \succsim \underline{z}$.

Verbal: Ist \underline{y} mindestens so gut wie \underline{x} und \underline{z} mindestens so gut wie \underline{y} , so ist \underline{z} auch mindestens so gut wie \underline{x} .

Aus der Annahme der Transitivität und der Annahme der Nichtsättigung ergibt sich die folgende Aussage:

Indifferenzkurven schneiden sich nicht.

Diese Aussage zeigen wir indirekt. Wir nehmen an, dass Indifferenzkurven sich schneiden und zeigen dann, dass aus der Annahme der Transitivität ein Widerspruch folgt.

$$\underline{x} \prec \underline{u}$$

$$\underline{u} \sim \underline{y}$$

$$\underline{y} \prec \underline{z}$$

$$\underline{z} \sim \underline{x}$$

Also:

$$\underline{x} \prec \underline{x}$$

Das ist aber nicht zulässig.

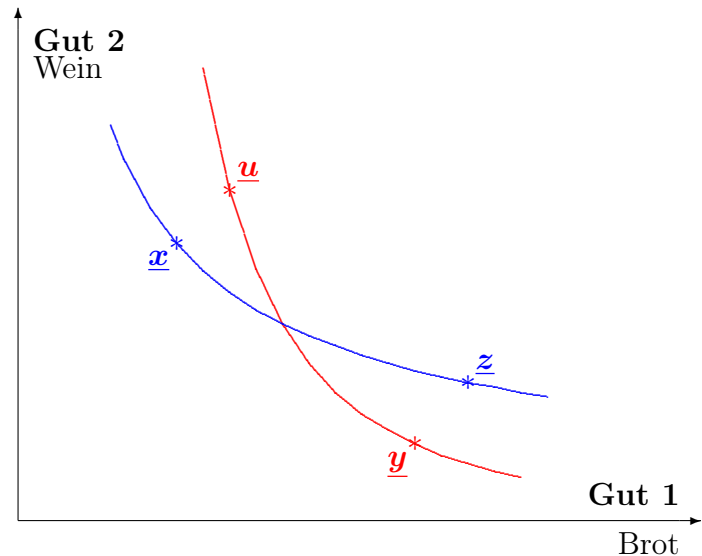


Abb. 5.3: Sich schneidende Indifferenzkurven

Substitutionsrate

Der (Differenzen-) Quotient

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{y_2 - x_2}{y_1 - x_1}$$

heißt Substitutionsrate von Wein zu Brot oder allgemein von Gut 2 zu Gut 1. In dem nebstehend dargestellten Beispiel ergibt sich zwischen \underline{x} und \underline{y} :

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{4 - 2}{2 - 3} = \frac{2}{-1} = -2$$

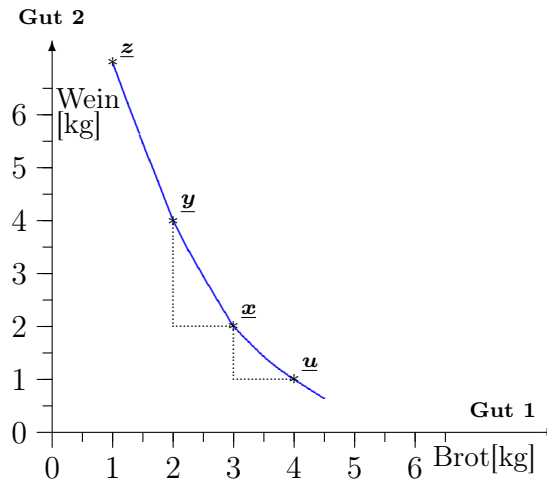


Abb. 5.4: Substitutionsrate

Abnehmende Grenzrate der Substitution

Annahme 5: Abnehmende Grenzrate der Substitution

1. Hat ein Individuum mehr von einem Gut zur Verfügung, so wird sich dessen Wert (ausgedrückt in Einheiten des anderen Gutes) nicht erhöhen (also verringern oder eventuell gleichbleiben).
2. Die Indifferenzkurven sind von unten konvex.
3. Der Absolutwert der Grenzrate der Substitution $\frac{dx_2}{dx_1}$ nimmt mit steigendem Wert x_1 ab oder ist konstant.

Grenzrate der Substitution

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

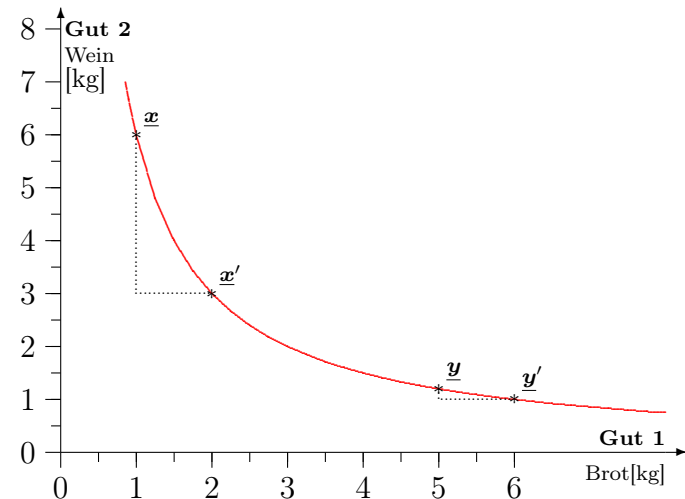


Abb. 5.5: Abnehmende Substitutionsrate

Beispiele für Systeme von Indifferenzkurven

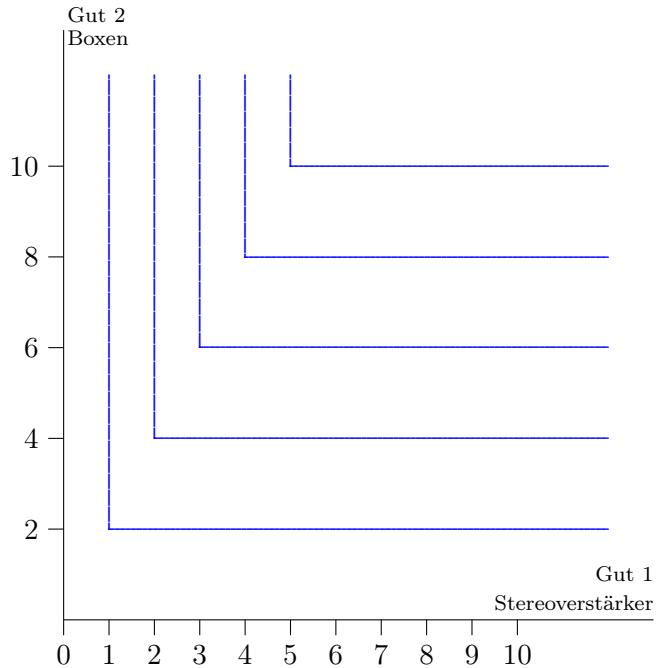


Abb. 5.6: Vollständige Komplemente

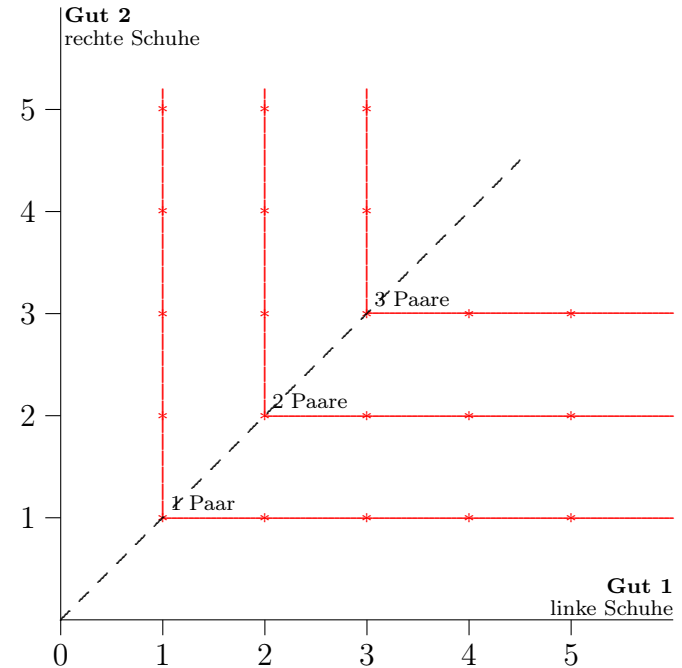
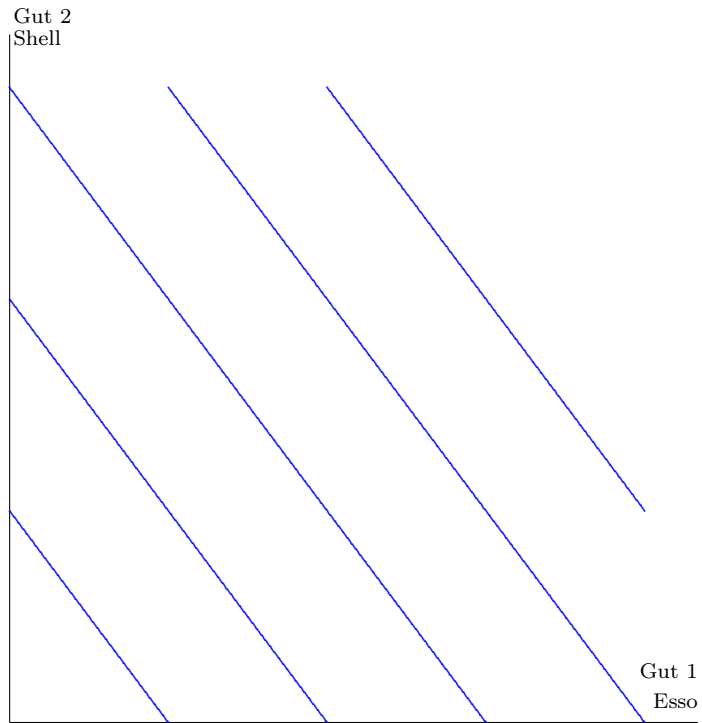
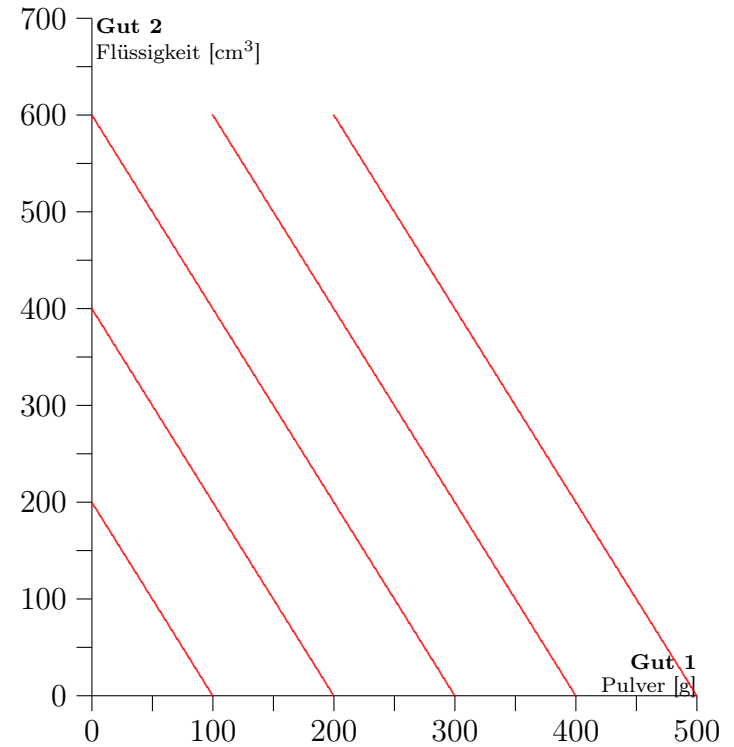


Abb. 5.7: Vollständige Komplemente

**Abb. 5.8:** Vollständige Substitute**Abb. 5.9:** Vollständige Substitute

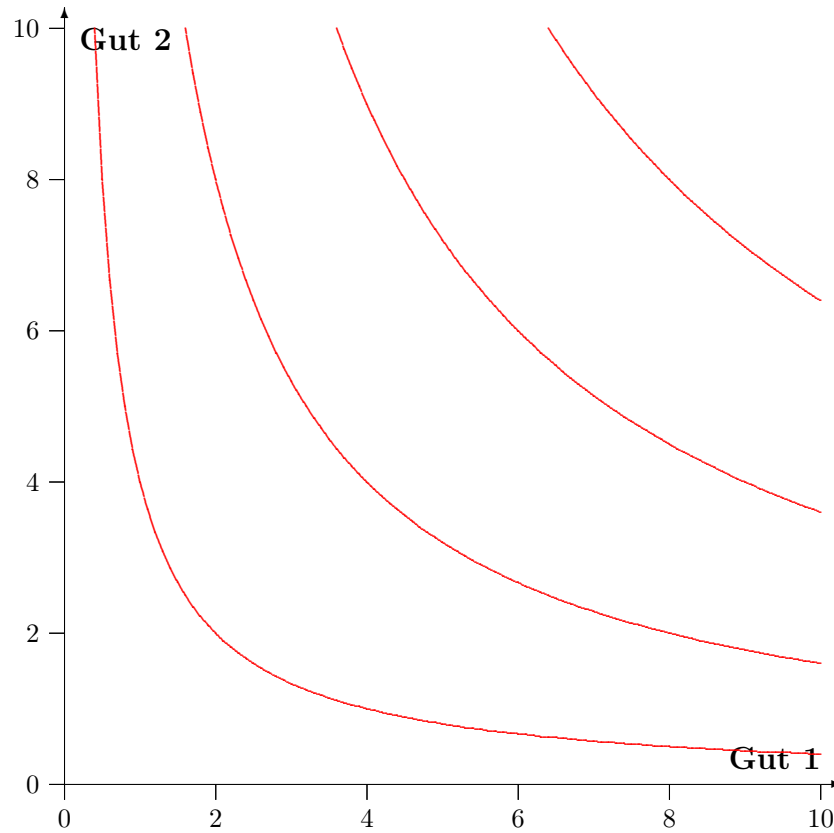


Abb. 5.10: Substituierbare Güter

Nutzen und Ophelimität

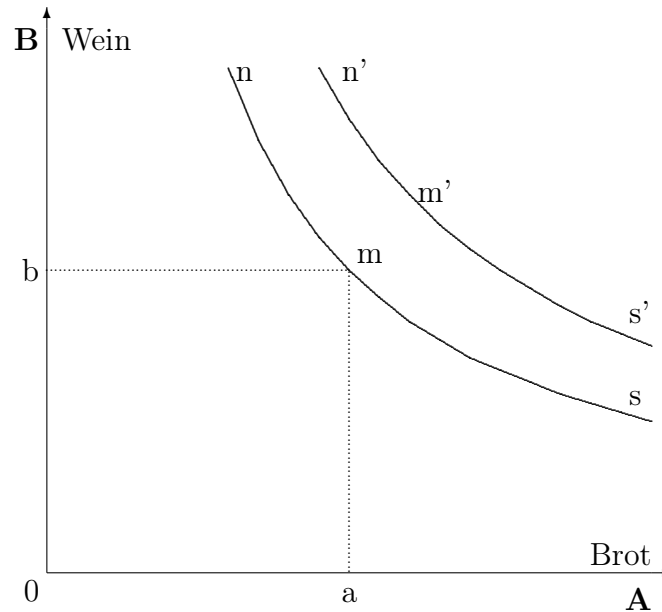
Pareto, § 56 (und § 53):

m mit 1 kg Brot und 1 kg Wein erhält Nutzenindex $U=1$

m' mit 1,1 kg Brot und 1,1 kg Wein erhält Nutzenindex $U=1,1$

Plausiblerweise:

Jeder Punkt auf der Hauptdiagonalen $x_1 = x_2$ erhält den Nutzenindex $U = x_1$ bzw. $U = x_2$.



Skalierungsarten

Bei ordinalskalierten Merkmalen lassen sich die Merkmalsausprägungen in natürlicher Weise ordnen (z. B. Zensuren).

Bei kardinalskalierten Merkmalen lassen sich auch die Abstände zwischen Merkmalsausprägungen bestimmen (z. B. Einkommen gemessen in €).

(vgl. [Kraft u. Landes 1996])

Nutzenindizes und Nutzenfunktion

Pareto skizziert Hyperbeln.

$$x_2 = \frac{k}{x_1}$$

$$x_1 x_2 = k$$

Auf der Hauptdiagonalen muss gelten:

$$x_1 x_2 = U \cdot U$$

bzw.

$$U = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$$

Der Verlauf entspricht den Kurven von Pareto und den zugehörigen Nutzenwerten und erfüllt die in § 55 geforderten Bedingungen.

Es handelt sich dabei um ein Spezialfall der so genannten Cobb-Douglas-Nutzenfunktion.

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}$$

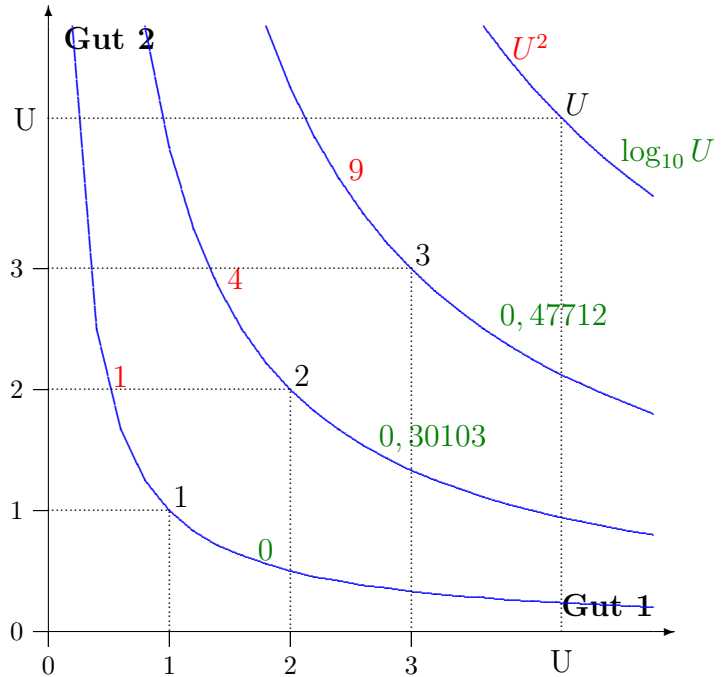


Abb. 5.11: Nutzenindizes

Äquivalente Nutzenfunktionen

$$U^I(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$$

$$U^{II}(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$$

$$U^{III}(x_1, x_2) = \log_{10} x_1 + \log_{10} x_2$$

Aus den beiden Beziehungen von Pareto ergibt sich unmittelbar: **Ist eine bestimmte Funktion als ordinale Nutzenfunktion für die Präferenzen eines Individuums geeignet, so auch jede monotone Transformation dieser Funktion.** Wir sprechen von äquivalenten Nutzenfunktionen.

Die vorstehenden Nutzenfunktionen U^I, U^{II}, U^{III} sind äquivalent, sie stellen die gleiche ordinale Nutzenfunktion dar.

Monotone Transformation

Eine Transformation $T(U)$ ist monoton, wenn gilt

$$\text{aus } U(\underline{\mathbf{x}}) < U(\underline{\mathbf{y}}) \text{ folgt } T(U(\underline{\mathbf{x}})) < T(U(\underline{\mathbf{y}})).$$

Grenzrate der Substitution und Grenznutzenverhältnis

Wir gehen jetzt von einer Nutzenfunktion $U(\underline{x})$ aus, benutzen das vollständige Differential

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} \cdot dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} \cdot dx_2$$

und betrachten irgendeine Indifferenzkurve.

Auf einer Indifferenzkurve gilt, da der Nutzen konstant ist:

$$dU = 0$$

Also gilt auf der Indifferenzkurve

$$0 = \frac{\partial U}{\partial x_1} \cdot dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} \cdot dx_2$$

Dies formen wir um zu

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} \cdot dx_2 = -\frac{\partial U}{\partial x_1} \cdot dx_1$$

Daraus wird

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial U/\partial x_1}{\partial U/\partial x_2}$$

Die Cobb-Douglas-Nutzenfunktion

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}$$

$$\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \alpha_1 x_1^{\alpha_1 - 1} x_2^{\alpha_2}$$

$$\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} = \alpha_2 x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2 - 1}$$

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2}} = - \frac{\alpha_1 x_1^{\alpha_1 - 1} x_2^{\alpha_2}}{\alpha_2 x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2 - 1}} = - \frac{\alpha_1 x_2}{\alpha_2 x_1}$$

Für $x_1 = x_2$ 45°-Grad-Linie gilt:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$$

Die Annahmen der Haushaltstheorie

Annahme 1: Vollständige Präferenz

Annahme 2: Nichtsättigung

Annahme 3: Stetigkeit (Tauschbereitschaft)

Annahme 4: Transitivität

Annahme 5: Abnehmende Grenzrate der Substitution

Prinzip der Präferenzen

Auf das Prinzip der Präferenzen mit den zugehörigen Annahmen kann die traditionelle Mikrotheorie aufbauen, das Konzept der Nutzenfunktion ist nicht unbedingt nötig; ein aus dem Prinzip der Präferenzen ableitbares Konzept des **ordinalen** Nutzens vereinfacht aber viele Überlegungen.

Es gibt dann aber keine Möglichkeit, die Verbesserungen eines Individuums mit zugehörigen Verschlechterungen eines anderen Individuums zu vergleichen. Sind, wie z. B. häufig in der Finanztheorie oder in der Wachstumstheorie interpersonelle Nutzenvergleiche erforderlich, so wird regelmäßig auf eine **kardinale Nutzenfunktion** zurückgegriffen.

Abstimmungsparadox

Es kann zu inkonsistenten (d. h. intransitiven) Präferenzen kommen, wenn die Präferenzen innerhalb einer Gesellschaft durch Abstimmung festgelegt werden. Diesen Zusammenhang bezeichnet man als Abstimmungsparadox bzw. als Condorcet-Paradox (manchmal auch als Arrow-Paradox). Ausgehend von diesem Paradox hat Kenneth J. Arrow 1952 gezeigt, dass es zu logischen Problemen kommen kann, wenn man aus Präferenzordnungen der Individuen Präferenzordnungen der Gesellschaft z. B. durch Abstimmung oder irgendeine andere Mechanismen konstruieren will. Diese Aussage ist als Arrow-Unmöglichkeitstheorem bekannt.

(vgl. [Lenk u. Teichmann 1999, S. 866-870])

Literaturverzeichnis

- [Kraft u. Landes 1996] KRAFT, Manfred ; LANDES, Thomas: *Statistische Methoden eine Einführung für das Grundstudium in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften*. 3. Physica-Lehrbuch, 1996
- [Lenk u. Teichmann 1999] LENK, Thomas ; TEICHMANN, Volkmar: Arrow Unmöglichkeitstheorem. In: *Das Wirtschaftsstudium (WISU)* 28 (1999), Nr. 6, S. 866–870
- [Pareto 1971] PARETO, Vilfredo: *Manual of Political Economy*. London [u.a.] : Macmillan, 1971. – Translated from French Edition of 1927 Librairie Droz, S.A., Geneva, Switzerland